Devoir à la maison de mathématiques

$3^{eme}3$

Coefficient: 0,5 **A rendre le:** lundi 04 mars 2013

La présentation et la qualité de la rédaction sont pris en compte dans le devoir. En particulier, il est conseillé d'aérer sa copie et d'encadrer (ou de souligner) vos résultats. Les détails de tous les calculs ou raisonnements sont demandés.
Tous les exercices suivants sont tirés du Brevet des collèges des années antérieures.

▷ **Exercice 1** **(4 points) :**

On considère l'expression :

$$G = (2x-1)^2 + (2x-1)(3x+5).$$

1/ Développer et réduire G.
$G = (2x)^2 + 2\times 2x \times 1 + 1^2 + (6x^2 + 10x - 3x - 5)$
$G = 4x^2 + 4x + 1 + (6x^2 + 7x - 5)$
$G = 4x^2 + 4x + 1 + 6x^2 + 7x - 5$
$G = 10x^2 + 11x - 4$

2/ Factoriser G.
$G = (2x-1)(2x-1) + (2x-1)(3x+5)$
$G = (2x-1)[(2x-1)+(3x+5)]$: placer les crochets et parenthèses est très important
$G = (2x-1)[2x-1+3x+5]$ cela évite de se tromper si on a par ex. un "-" à la place du "+" dans G.
$G = (2x-1)(5x+4)$

3/ Résoudre l'équation $G = 0$.
D'après la question précédente, l'équation $G = 0$ est équivalente à résoudre $(2x-1)(5x+4) = 0$. Or, un produit de facteurs est nul, si, et seulement si, l'un au moins de ses facteurs est nul, ce qui nous donne :

$2x-1=0$	$5x+4=0$
$2x=1$	$5x=-4$
$x=\frac{1}{2}$	$x=\frac{-4}{5}$

L'équation $G = 0$ possède deux solutions : $\frac{-4}{5}$ et $\frac{1}{2}$.

▷ **Exercice 2** **(4,5 points) :**

En précisant les différentes étapes de calcul :

1/ Écrire le nombre A ci-dessous sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3-\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}\times 7} = \frac{\frac{9}{3}-\frac{2}{3}}{\frac{28}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{7\times 4}{3}} = \frac{7}{3}\times\frac{3}{7\times 4} = \frac{1}{4}$$

2/ Écrire le nombre B ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12} = \sqrt{100\times 3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{4\times 3} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\times 2\times\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

3/ Donner l'écriture scientifique de C :

$$C = \frac{49\times 10^3 \times 6\times 10^{-10}}{14\times 10^{-2}} = \frac{7\times 7\times 3\times 2\times 10^{-10+3}}{7\times 2\times 10^{-2}} = 21\times 10^{-7+2} = 21\times 10^{-5} = 2,1\times 10^1\times 10^{-5}$$

$$C = 2,1\times 10^{-4}$$

▷ **Exercice 3** **(4 points) :**

Soit un cercle de centre O et de diamètre $[ST]$ tel que $ST = 7$ cm. Soit U un point de ce cercle tel que $SU = 3$ cm.

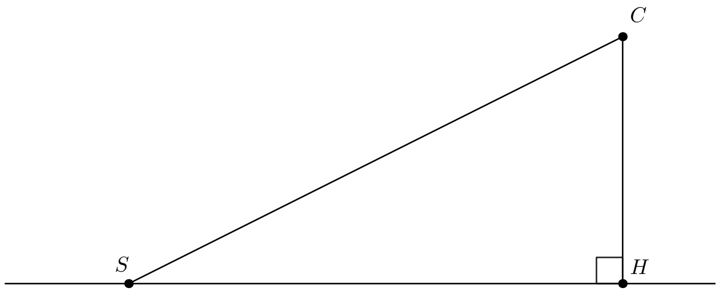
1/ Faire une figure.

2/ Démontrer que STU est un triangle rectangle en U.
STU est inscrit dans un cercle qui a pour diamètre son plus grand côté $[ST]$, il est donc rectangle en U. (propriété vue en quatrième)

3/ Donner la valeur arrondie au dixième de l'angle $\widehat{STU}$.
Comme STU est un triangle rectangle en U, on peut utiliser les relations trigonométriques.
On nous parle de l'angle $\widehat{STU}$, et on connait le côté opposé et l'hypoténuse, on va donc utiliser le sinus de cet angle :
$\sin(\widehat{STU}) = \frac{SU}{ST} = \frac{3}{7}$, on en déduit alors que $\widehat{STU} = \sin^{-1}(\frac{3}{7}) = 25,4°$ au dixième près.

4/ En déduire une valeur approchée au dixième de $\widehat{SOU}$. Justifier votre réponse.
Cette question n'a pas été notée, cependant il était tout à fait possible de la faire en remarquant que le triangle SOU est isocèle en O. Néanmoins, c'est long et assez fastidieux.
Nous reviendrons dessus lorsqu'on nous aurons étudié le théorème de l'angle inscrit, car résoudre la question prend alors une ligne dans ce cas.

▷ **Exercice 4** ____ **(4 points) :**



Simon (S) joue avec son cerf-volant (C) au bord de la plage. La ficelle [SC] est déroulée au maximum et elle est tendue, elle mesure 50 m.

1/ La ficelle fait avec l'horizontale un angle $\widehat{\text{CSH}}$ qui mesure 80 °.
Calculer la hauteur à laquelle vole le cerf-volant, c'est-à-dire CH (on donnera la réponse arrondie au mètre).
Comme CSH est un triangle rectangle en H, on peut utiliser les relations trigonométriques.
On nous donne l'angle $\widehat{CSH}$ et son l'hypoténuse, il faut calculer le côté opposé, d'où l'idée d'employer le sinus de cet angle :
$\sin(\widehat{CSH}) = \dfrac{CH}{SC}$, donc $CH = SC \times \sin(\widehat{CSH}) = 50 \times \sin(80) = 49$ m au mètre près.

2/ Lorsque la ficelle fait avec l'horizontale un angle de 40 °, la distance CH est-elle la moitié de celle calculée au 1. ? Justifier la réponse.
Comme CSH est un triangle rectangle en H, on peut utiliser les relations trigonométriques.
On nous donne l'angle $\widehat{CSH}$ et son l'hypoténuse, il faut calculer le côté opposé, d'où l'idée d'employer le sinus de cet angle :
$\sin(\widehat{CSH}) = \dfrac{CH}{SC}$, donc $CH = SC \times \sin(\widehat{CSH}) = 50 \times \sin(40) = 32$ m au mètre près.

On voit bien que la hauteur du cerf-volant n'est pas proportionelle à l'angle que forme celui-ci avec l'horizontale.

▷ **Exercice 5** ____ **(3,5 points) :**

Au verso, on a représenté graphiquement une fonction f.
Réponds aux questions suivantes par lecture graphique.

1/ Quelle est l'image de 3 par cette fonction f ? On a $f(3) = 4$.

2/ Que vaut $f(-3)$? $f(0)$? $f(-2)$? $f(10)$? $f(-5)$? $f(11)$?
Par lecture graphique, on a : $f(-3) = 2$, $f(0) = 1$, $f(-2) = 4$? $f(10) = 7$ et $f(-5) = -4$

3/ Quels nombres ont pour image 5 ? Ce sont les nombres $3,3$ et $10,8$ (approximatif).

4/ Quels sont les antécédents de 2 par la fonction f ? Les antécédents de 2 par f sont $-3,5$; $-0,55$; $2,2$ et $11,15$.

5/ Quels sont les antécédents de 9 par la fonction f ? 9 n'a aucun antécédent par f.